#### שאלה 1:

**סעיף א':**

נגדיר , כאשר .

נראה כי תבנית בילינארית:

יהיו .

**לינאריות משמאל:**

**כפל בסקלר משמאל:**

מתקיים כי סימטרית:

לכן לינארית מימין:

כפל בסקלר מימין:

לכן תבנית בילינארית סימטרית, לכן היא מגדירה תבנית ריבועית מעל :

**סעיף ב':**

תהי , נסמן .

מהגדרת מתקיים , לכן , כלומר ולכן נקבל .

כמו כן, מהגדרת מתקיים , לכן , לכן נקבל .

נקבל .

#### שאלה 2:

**כיוון :** נתון כי קיימת ט"ל הפיכה כך שמתקיים לכל .

יהי בסיס כלשהו של אזי לתבניות קיימות מטריצות מייצגות בבסיס, נסמנן .

מהגדרת תבנית בילינארית מתקיים

נסמן ונקבל .

קיבלנו .

מטריצה הפיכה, לכן משמרת דרגה, לכן מתקיים .

לכן קיבלנו .

**כיוון :** נתון כי תבניות סימטריות.

ע"פ משפט קיים ל- בסיס בו המטריצה המייצגת את , נסמנה , היא מטריצה אלכסונית, כאשר איברי האלכסון הם 0,1.

באופן דומה, קיים ל- בסיס בו המטריצה המייצגת את , נסמנה , היא מטריצה אלכסונית, כאשר איברי האלכסון הם 0,1.

נתון כי , לכן מס' איברי האלכסון שערכם 1 במטריצות הוא .

כלומר , כאשר היא מטריצה אלכסונית עם איברים באלכסון שערכם 1 ויתר איברי האלכסון הם 0.

כלומר קיימות מטריצות הפיכה כך שמתקיים .

לכן נקבל

נגדיר , זוהי ט"ל הפיכה כמכפלת מטריצות הפיכות ונקבל כי לכל מתקיים:

**עבור מרחבים מעל :** המשפט אינו נכון.

כאשר נתון כי השתמשנו במשפט בו מעל יש בסיס בו יש לתבניות הצגה ע"י מטריצה אלכסונית, כאשר איברי האלכסון הם 0,1 בלבד.

אבל מעל איברי האלכסון הם לכן ייתכן כי הדרגה זהה אך יש מס' שונה של ערכי 1 וערכי 1- ולכן הן לא חופפות לאותה מטריצה אלכסונית , ולכן המשך ההוכחה לא יהיה נכון.

#### שאלה 3:

**סעיף א':** המטריצה המייצגת של בבסיס היא סימטרית, לכן סימטרית.

נחשב את הע"ע:

קיבלנו כי הע"ע הם .

עבור :

*נקבל משוואה אחת:*

*נקבל משוואה שנייה:*

*לכן נקבל , לכן ומכאן .*

*לכן .*

*כלומר, , לכן הו"ע של הוא .*

*עבור :*

נקבל משוואה אחת:

נקבל משוואה שנייה:

מכאן, , לכן הו"ע של הוא .

עבור :

נקבל משוואה אחת:

נקבל משוואה שנייה:

מכאן, , לכן הו"ע של הוא .

סימטרית, לכן ו"ע של ע"ע שונים הם בת"ל, לכן הוא בסיס עבור ובבסיס זה מתקיים:

**סעיף ב':** נדרג את למטריצה אלכסונית.

מתקיים

נסמן ב- את מכפלת המטריצות שכפלנו מימין ב- ונקבל .

היא מטריצת המעבר מבסיס לבסיס .

לכן במטריצה כל עמודה מייצגת וקטור בבסיס של , כלומר .

לכן בבסיס נקבל .